

# Lineární algebra I

zápočtová písemka, 10. 11. 2008

cvičící: marek sterzik

---

1. Řešte maticovou soustavu lineárních rovnic

$$\left( \begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & -1 & 5 \\ -2 & 0 & 3 & -5 \\ 4 & 6 & -5 & 15 \end{array} \right)$$

nad tělesem racionálních čísel  $\mathbb{Q}$ .

[10b]

2. Buď

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -2 & 3 & 5 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vypočtěte matici  $X$ , pokud platí:

$$A(X^T + B)A^T = \mathbb{E}$$

[15b]

3. Buď

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

matice nad tělesem  $\mathbb{Z}_5$ . Spočtěte  $A^{-1}$ .

[10b]

4. Matice  $A = (a_{ij})$  typu  $n \times n$  se nazývá *dolní trojúhelníková*, pokud pro všechna  $1 \leq i < j \leq n$  platí, že  $a_{ij} = 0$ . Dokažte, že součin dvou dolních trojúhelníkových matic stejného rozměru je opět dolní trojúhelníková matice téhož rozměru. [15b]